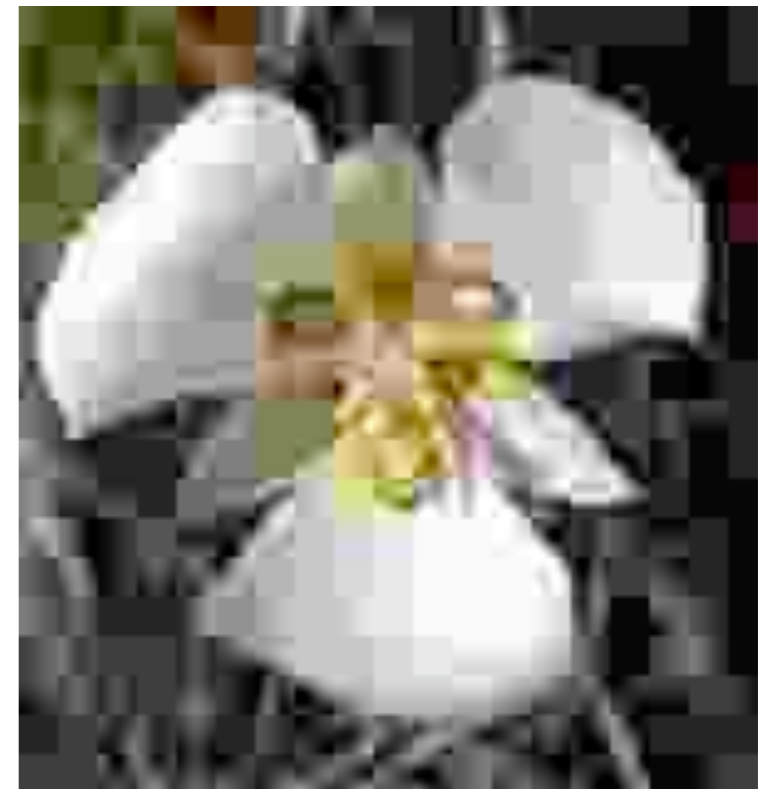


# La compression d'images

Les systèmes de fonctions itérées  
MAT 2450



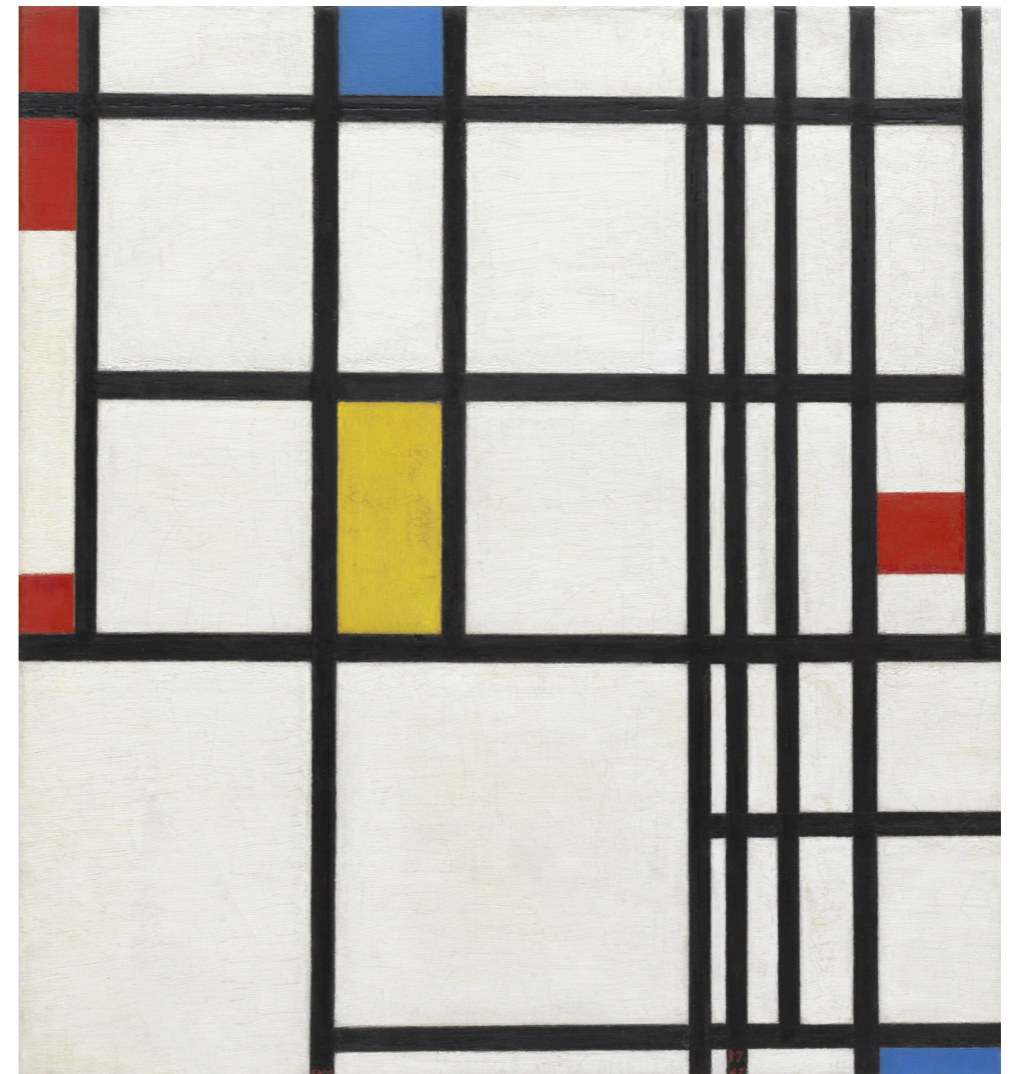
Text Caption

Lulu of the Lotus-Eaters , German translation Andreas -horn- Hornig, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Février 2022

# Comment sauvegarder une image de la manière la plus directe possible

- Une image sur un ordinateur ou n'importe quel appareil numérique est une grille composée de petits carrés de couleur (des pixels)
- La manière la plus simple de conserver une image est de garder en mémoire la couleur de chaque pixel
- Cette méthode demande une **quantité énorme de mémoire**



Piet Mondrian

*Composition in Red, Blue, and Yellow*

1937-42

# Les images vectorielles

## *très géométriques*

- Considérons l'image d'un hérisson bleu
- Cette image est clairement approximée par des objets géométriques simples:
  - des segments de droites
  - des ellipses
  - des arcs de cercles



Nous devons nous déplacer à toute vitesse

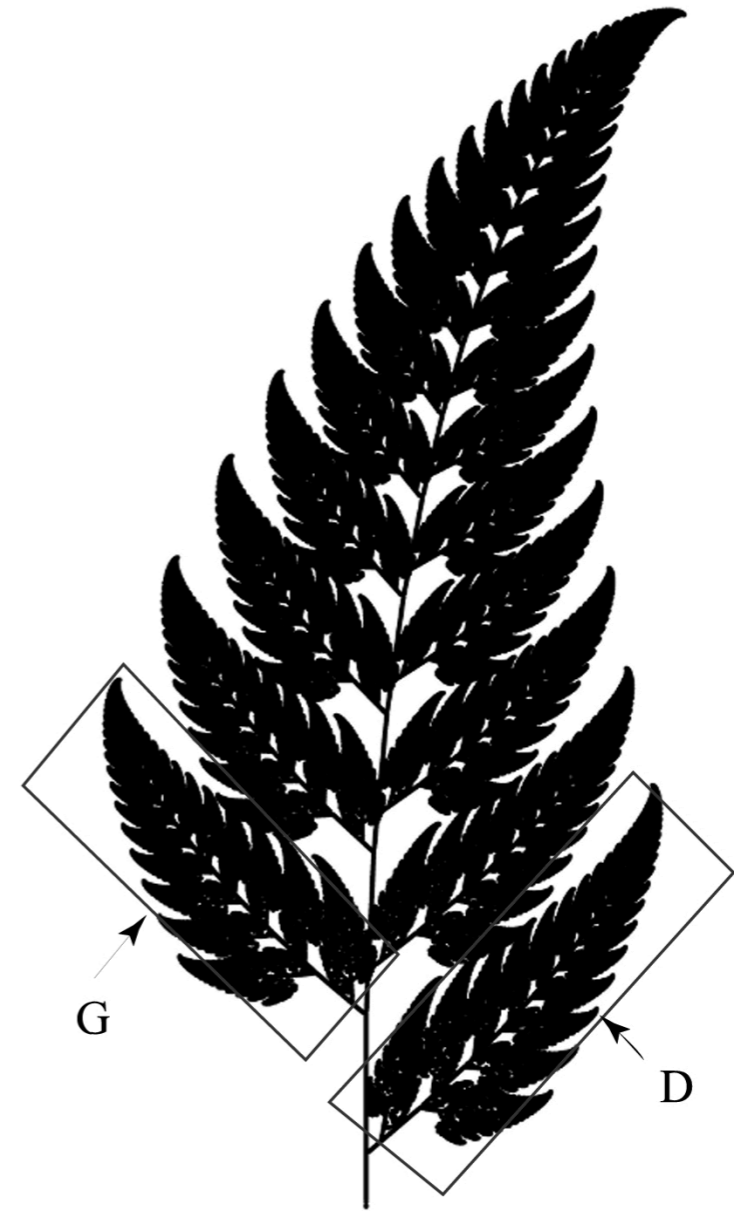
# Les images vectorielles

## *très géométrique*

- Pour décrire un segment de droite nous avons besoin des coordonnées des ses extrémités
- Une ellipse est décrite par ses foyers
- Un arc de cercle est déterminé par le centre du cercle, son rayon et deux angles
- Les objets géométriques sont notre **alphabet**
- Il faut un programme qui explique à l'ordinateur comment tracer ces objets

# Transformations afines et fractals

- On utilise le même principe que précédemment : on essaie de décrire l'image en termes d'objets géométriques plus simples
- On élargit notre alphabet de formes à celui des fractals
- On prend ici comme exemple d'image la fougère.



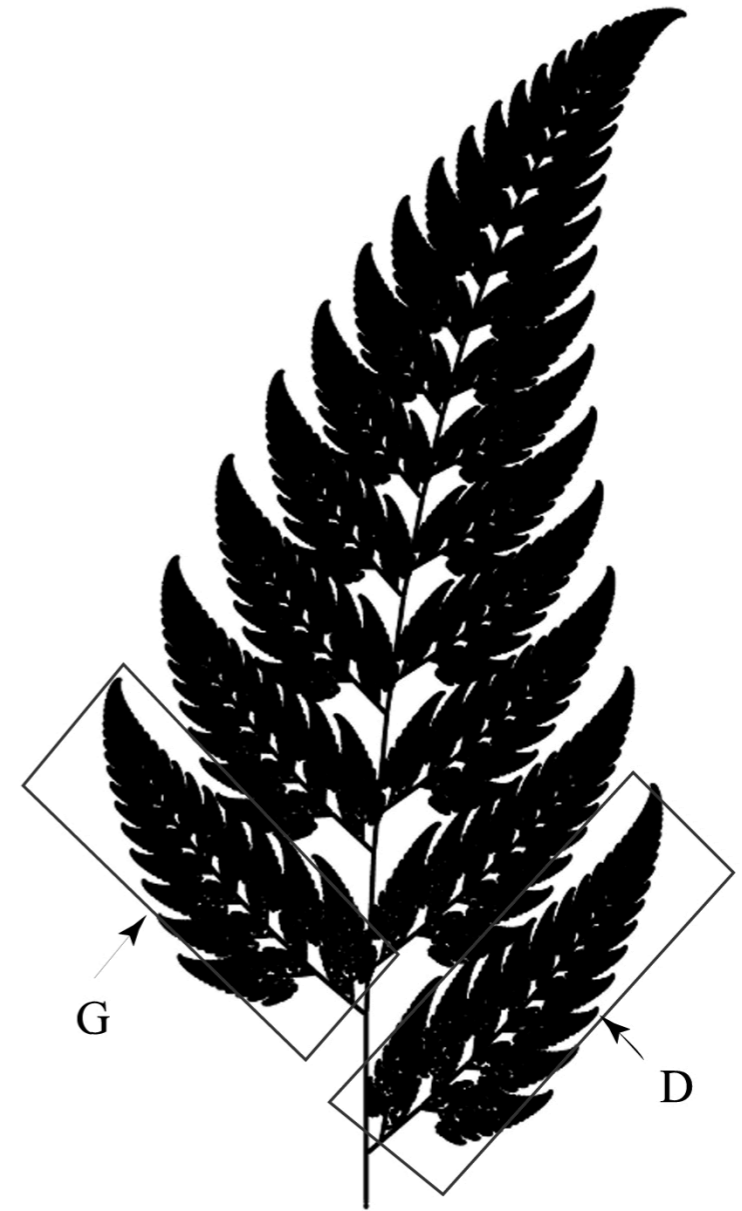
# Transformations afines et fractals

- La fougère est la réunion
  - de la partie inférieure de la tige
  - de trois fougères plus petites:
    - la branche inférieure gauche,
    - la branche inférieure droite
    - et la fougère moins les deux branches inférieures



# Transformations affines et fractals

- Chacun des quatre morceaux est l'image de la grande fougère sous une transformation affine:
- $T_1$  envoie la grande fougère sur le complément des deux branches inférieures
- $T_2$  envoie la grande fougère sur  $G$
- $T_3$  envoie la grande fougère sur  $D$
- $T_4$  envoie la grande fougère sur la portion inférieure de la tige



# Transformations affines et fractals

- Il suffit de garder en mémoire les quatre transformations pour reconstruire la fougère
- Cet algorithme est un exemple d'un système de fonctions itérées

## Algorithme de reconstruction

1. Choisir un point  $P$  sur la fougère
2. Choisir  $i$  dans  $\{1, 2, 3, 4\}$  au hasard
3. Tracer  $P_1 = T_i(P)$
4. Choisir  $i$  dans  $\{1, 2, 3, 4\}$  au hasard
5. Tracer  $P_2 = T_i(P_1)$
6. ...



# En pratique

- On remplace chaque petit carré par l'image d'un grand carré sous une homothétie de rapport  $1/2$  composée avec une des 8 transformations:
  - Identité
  - 3 rotations
  - 4 symétries
- On ajuste le contraste
- On fait une translation du niveau de gris

